Remédiation – Simplification de fractions

Rappel du principe de simplification

- Pour **simplifier** une fraction, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun non nul.
- Pour rendre une fraction **irréductible**, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par leur **plus grand commun diviseur** (PGCD).

Exemples

$\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$ La fraction a été simplifiée mais la nouvelle fraction n'est pas irréductible.

$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ La fraction a été simplifiée et la nouvelle fraction est irréductible.

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$\frac{12}{9} =$ ___ $\frac{25}{35} =$ ___ $\frac{-54}{42} =$ ___ $\frac{12}{25} =$ ___ $\frac{-24}{36} =$ ___ $\frac{7}{12} =$ ___

$\frac{-15}{18} =$ ___ $\frac{125}{-75} =$ ___ $\frac{55}{44} =$ ___ $\frac{125}{120} =$ ___ $\frac{40}{24} =$ ___ $\frac{-500}{450} =$ ___

Signe d'une fraction et simplification

- Une fraction est positive si ses deux termes sont de même signe.
- Une fraction est négative si ses deux termes sont de signes différents.

Attention, quand tu simplifies une fraction, il faut veiller à rendre le dénominateur positif.

Exemples

$\frac{6}{-4} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$ $\frac{-15}{-20} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ $-\frac{50}{-75} = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$\frac{-20}{30} =$ ___	$-\frac{-45}{-60} =$ ___	$\frac{121}{-55} =$ ___
$\frac{21}{-27} =$ ___	$\frac{72}{-16} =$ ___	$-\frac{-126}{81} =$ ___
$-\frac{-30}{45} =$ ___	$-\frac{-32}{-48} =$ ___	$\frac{320}{-240} =$ ___
$\frac{-36}{-54} =$ ___	$\frac{-16}{20} =$ ___	$\frac{-150}{420} =$ ___

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Fractions avec termes littéraux

- o Le principe de simplification est le même.
- o Pour déterminer le PGCD de facteurs littéraux, il suffit de multiplier les facteurs communs, chacun d'eux étant affecté de l'exposant le plus petit.

Exemples

$$\frac{a^3b^5}{a^2b^7} = \frac{\mathbf{a.a}.a..\mathbf{b.b.b.b.b}}{\mathbf{a.a}.b.b.\mathbf{b.b.b.b.b}} = \frac{a.}{b.b} = \frac{a.}{b^2}$$

$$\frac{a^3b^2c}{a^3b^3d^2} = \frac{\mathbf{a.a.a.b.b}.c}{\mathbf{a.a.a.b.b}.b.d.d} = \frac{c}{b.d.d} = \frac{c}{b.d^2}$$

- o Pour diviser les 2 termes de la fraction par leur PGCD, on peut également écrire les puissances sous forme de produits et barrer les facteurs communs.

Exemples (les facteurs communs sont en *italique*)

$$\frac{a^3b^5}{a^2b^7} = \frac{.\ .\ .\ .\ a\ .\ a\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .}{.\ .\ .\ .\ b\ .\ b\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .} = \frac{a}{b.b} = \frac{a}{b^2}$$

$$\frac{a^3b^2c}{a^3b^3d^2} = \frac{.\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ c}{.\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ b\ .\ d\ .\ d} = \frac{c}{b\ .\ d\ .\ d} = \frac{c}{b\ .\ d^2}$$

Dans chaque cas, détermine le PGCD des termes de la fraction, puis rends celle-ci irréductible.

$\frac{ab}{bc}$ = ...

$\frac{a^3b}{ab^5}$ = ...

$\frac{a^2b^3c}{ab^3c^4}$ = ...

$\frac{-a^2bc^3}{a^2b^3c^2}$ = ...

$\frac{xy^3}{x^3y}$ = ...

$\frac{x^2y^6}{x^6y^3}$ = ...

$\frac{-xy^4}{x^3y}$ = ...

$\frac{x^3y^2z}{xyz^4}$ = ...

$\frac{a^2}{a^5}$ = ...

$\frac{x^4}{x^2}$ = ...

$\frac{ab}{a^2b^3}$ = ...

$\frac{a^6b^3}{a^2b^3}$ = ...

$\frac{6x^2}{9x^3}$ = ...

$\frac{-8x^3}{12x^5}$ = ...

$\frac{-24x}{-36x^4}$ = ...

$\frac{25xy^2}{35xy}$ = ...

$\frac{-18x^4y^5}{27x^5y}$ = ...

$\frac{49x^2y^3}{-21x^2y}$ = ...

$\frac{-5a^3b}{15ab^4}$ = ...

$\frac{-16a^4b}{-24a^6b^3}$ = ...

$\frac{-9a^2b}{-27a^2b}$ = ...

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Simplification de fractions – Procédé pratique

- o En pratique, il est plus facile de déterminer le PGCD des facteurs numériques, puis celui des facteurs littéraux (puissances) base par base.

Exemple

$$\frac{12a^3b^5}{18a^4b^2} = \frac{12}{18} \cdot \boxed{\frac{a^3}{a^4}} \cdot \frac{b^5}{b^2} = \frac{2}{3} \cdot \boxed{\frac{1}{a}} \cdot \frac{b^3}{1} = \frac{2b^3}{3a}$$

$$\frac{45a^2b^2}{75a^2b^6} = \frac{45}{75} \cdot \boxed{\frac{a^2}{a^2}} \cdot \frac{b^2}{b^6} = \frac{3}{5} \cdot \boxed{\frac{1}{1}} \cdot \frac{1}{b^4} = \frac{3}{5b^4}$$

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$\frac{3a^5}{2a^3}$ = ...

$\frac{-12a^5}{16a^3}$ = ...

$\frac{-14x^3}{21x}$ = ...

$\frac{18a^5}{9a}$ = ...

$\frac{-6ab^3}{2ab^6}$ = ...

$\frac{ab^4}{-a^3b}$ = ...

$\frac{-4xy^2}{6xy^3}$ = ...

$\frac{-6a^5b^2}{-3ab}$ = ...

$\frac{-a^2bc^4}{6a^3c^6}$ = ...

$\frac{-12a^5b}{16a^3b^3}$ = ...

$\frac{-4a^2bc}{-12ab^2c^2}$ = ...

$\frac{6a^2bc^3}{-9ab^3c}$ = ...

Simplifions avec prudence

Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

$\frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 11}$ = ...

$\frac{(8 + 3) \cdot 5}{4 \cdot (9 + 2)}$ = ...

$\frac{8 + 7}{8 \cdot 7}$ = ...

$\frac{8 \cdot 25}{50 \cdot 24}$ = ...

$\frac{(6 + 3) \cdot 7}{7 \cdot (9 + 3)}$ = ...

$\frac{-6 + 18}{-10 + 12}$ = ...

$\frac{abc}{ab}$ = ...

$\frac{a + b + c}{a + bc}$ = ...

$\frac{(a + b) \cdot c}{(a + b) \cdot d}$ = ...

$\frac{a + b.c}{a.b + c}$ = ...

$\frac{a - 2}{6a}$ = ...

$\frac{-2a}{6a}$ = ...

Le nouvel Actimath 2 – Chapitre 8 – Activité 7 p. 158
Le nouvel Actimath 2 – Chapitre 8 – Exercices complémentaires Série A : 15 à 19 p. 163 et 164